

# Prognozowanie i symulacje

## Wykład 4: Analiza sezonowości

# Analiza sezonowości – wprowadzenie

Wiele zjawisk wokół nas charakteryzuje się nie tylko trendem i wahaniami przypadkowymi, lecz także sezonowością.

Występowanie wahań sezonowych zależy oczywiście od częstości pomiaru zjawiska i może mieć charakter kwartalny, miesięczny, dzienny czy godzinowy i na ogół jej typ jest łatwo wydedukować z postaci zebranych danych.

Można też podać przykłady zjawisk, dla których długość cyklu sezonowego można przewidywać na podstawie znajomości merytorycznej rozważanego zjawiska (np. liczba urodzeń będzie wykazywała podobieństwo w okresach 20-30 letnich), lecz nie jest on określony jednoznacznie i może ulegać zmianom.

Wtedy mówi się raczej o waniach cyklicznych, a nie sezonowych.

# Dlaczego wiedza o sezonowości jest **tak ważna?**

Oto kilka stwierdzeń opartych na faktach:

- **Sytuacja na polskich drogach jest fatalna!** W październiku 2024 r. zginęło 196 osób, a więc więcej niż niemal 14 lat temu – w grudniu 2010 r. zginęły 172 osoby.
- **Czy w lecie zabraknie nam wody?** Opady w lutym 2025 r. w Szczecinie były ponad dwa razy mniejsze niż w sierpniu zeszłego roku (33,9 vs 68,9 mm).
- **Plaga pijanych kierowców!** W niedzielę 16.03.2025 zatrzymano 288 pijanych kierowców, o 43 więcej niż w sobotę i 63 więcej niż w piątek.
- **Wkrótce 10 mln pasażerów miesięcznie?** W sierpniu 2023 r. na polskich lotniskach było 5,6 mln pasażerów – prawie dwa razy więcej niż w styczniu, kiedy odprawiono tylko 2,9 mln.

**Wszystkie te stwierdzenia nie zawierają fałszywych informacji,**

**ale są NIEPRAWDZIWE.**

**W sposób przypadkowy lub celowy...**

**nie uwzględniono w nich sezonowości.**

# Analiza sezonowości – typy sezonowości

Sezonowość może mieć charakter addytywny lub multiplikatywny

W tym pierwszym przypadku zakłada się, że wahania sezonowe są niezależne od poziomu, jaki przyjmuje szereg czasowy (przykładowo: *w styczniu sprzedaż piwa firmy X jest zawsze niższa od średniej rocznej o 25 000 litrów*).

Szereg czasowy z sezonowością addytywną można przedstawić w postaci sumy szeregu bez sezonowości i efektów sezonowych.

W modelu multiplikatywnym zakładamy, iż stały jest względny poziom odchylenia od wartości przeciętnej (rozważając analogiczny przykład: *w styczniu sprzedaż piwa jest o 15% niższa niż średnia roczna (stanowi 0,85 średniej rocznej)*).

Szereg czasowy z sezonowością multiplikatywną można przedstawić w postaci iloczynu szeregu bez sezonowości i efektów sezonowych.

Na następnej stronie przedstawiono ilustrację graficzną obu rodzajów sezonowości.

# Zmiany bezwzględne i względne

Sezonowość **addytywna** jest oparta na porównywaniu różnic, czyli zmian **bezwzględnych**, podczas gdy sezonowość **multiplikatywna**, na porównywaniu ilorazów, czyli zmian **względnych**.

Obie metody mogą prowadzić do odmiennych wniosków.

Zarobki dwóch osób przed podwyżką i po podwyżce:

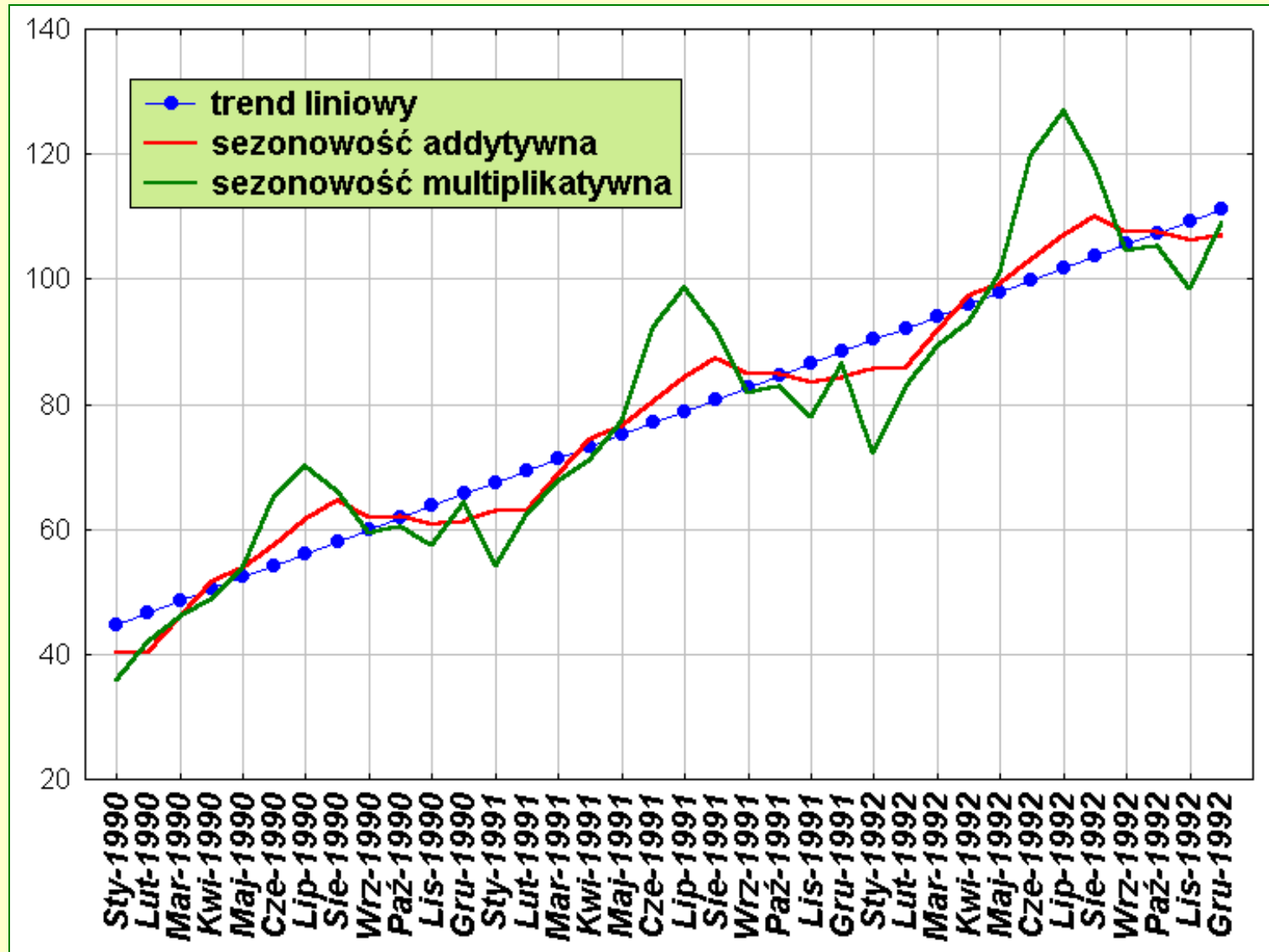
- Osoba 1: 6 000 → 8 000      + 2 000 zł      +33%
- Osoba 2: 12 000 → 15 000      + 3 000 zł      +25%

Która metoda jest lepsza – nie ma na to jednoznacznej odpowiedzi.

Generalnie, częściej stosuje się porównania oparte o zmiany **względne**, a w przypadku sezonowości – wskaźniki **multiplikatywne**.

*Jednak wskaźników multiplikatywnych nie można stosować chociażby do danych o dodatnich i ujemnych.*

# Sezonowość addytywna i multiplikatywna



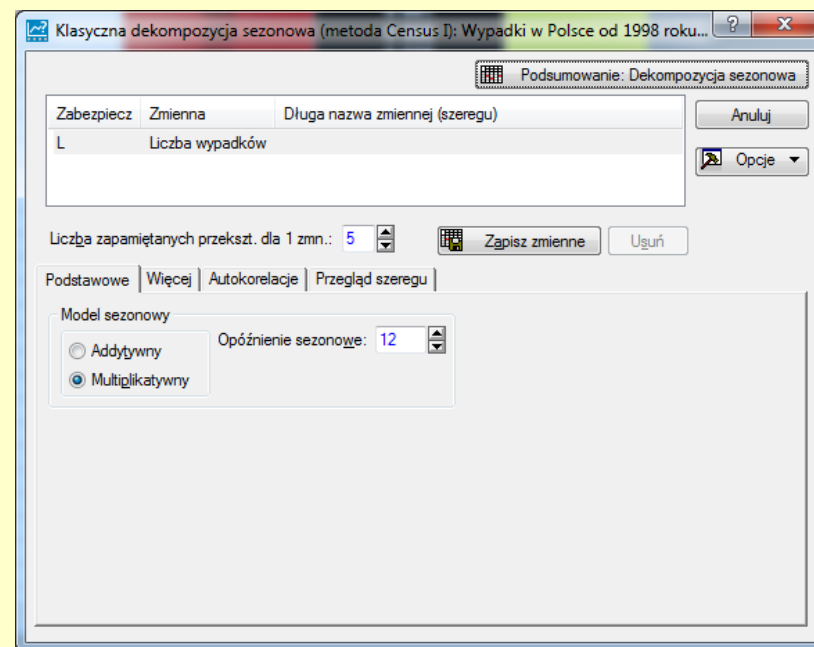
# Analiza sezonowości w programie *STATISTICA*

Aby wykonać analizę sezonowości danych czasowych, w najprostszym elementarnym ujęciu, wywołujemy polecenia *STATYSTYKA / ZAAWANSOWANE MODELE LINIOWE I NIELINIOWE / SZEREGI CZASOWE I PROGNOZOWANIE*. Wybieramy badaną zmienną i wskazujemy narzędzie analizy sezonowości *DEKOMPOZYCJA SEZONOWA (CENSUS 1)*.

W zakładce przegląd szeregu, w analogiczny sposób jak przy okazji wykonywania wyrównywania wykładniczego, możemy ustalić sposób opisu wynikowych danych – choć nie jest bezwzględnie konieczne.

**Specyfikacja analizy jest bardzo prosta – w oknie analizy ustalamy rodzaj sezonowości (addytywna lub multiplikatywna) oraz określamy opóźnienie sezonowe.**

**Dla danych miesięcznych opóźnienie sezonowe to oczywiście 12.**



# Wyniki analizy sezonowości

Po naciśnięciu przycisku *PODSUMOWANIE* uzyskujemy arkusz ze szczegółowymi wynikami analiz sezonowości.

Zamieszczono wyniki przykładowej analizy sezonowości dla danych dotyczących liczby wypadków w Polsce (plik danych: *Wypadki w Polsce od 1998 roku (M)*) w ujęciu addytywnym i multiplikatywnym.

Arkusz wyników zawiera szczegółowe obliczenia, jednakże kluczowe wyniki są zawarte w kolumnie 4. (*WSKAŹNIK SEZONOWOŚCI*). Co więcej, interesuje nas tylko tyle wartości ile wynosi opóźnienie sezonowe (liczba okresów w jednym cyklu).

**UWAGA:** Wskaźniki sezonowości opisują uśrednione wahania sezonowe z całego analizowanego szeregu czasowego.

# Wyniki analizy sezonowości

Wskaźniki addytywne sumują się do 0, pokazując odchylenia od średniej rocznej w poszczególnych miesiącach.

Są wyrażone w oryginalnej jednostce, wyświetlamy je z taką dokładnością jak dane wejściowe.

Dekompozycja sezonowa: Addytyw. sezon (12) (Wypadki w Polsce od 1998 roku (M))							
Liczba wypadków							
Obs.	Liczba wypadków	Średnie ruchome	Różnice	Wskaźnik sezonow.	Skoryg. Szereg	Wyrówn. Trend-c.	Składnik losowy
1	4954,000			-832	5785,636	5243,475	542,161
2	3673,000			-1090	4762,840	5248,079	-485,239
3	4471,000			-725	5195,761	5257,287	-61,526
4	4984,000			-384	5367,811	5382,062	-14,250
5	5906,000			225	5681,361	5569,268	112,094
6	6254,000			436	5818,036	5658,290	159,746
7	6064,000	5154,583	909,42	552	5511,868	5552,513	-40,645
8	6318,000	5071,167	1246,83	602	5716,232	5399,635	316,598
9	5141,000	5011,000	130,00	454	4687,111	5074,499	-387,388
10	5862,000	4934,083	927,92	630	5232,020	4787,070	444,950
11	4254,000	4866,417	-612,42	53	4200,790	4481,025	-280,234
12	3974,000	4790,250	-816,25	78	3895,532	4325,590	-430,058

Dekompozycja sezonowa: Multipl. sezon (12) (Wypadki w Polsce od 1998 roku (M))							
Liczba wypadków							
Obs.	Liczba wypadków	Średnie ruchome	Stosunki	Wskaźnik sezonow.	Skoryg. Szereg	Wyrówn. Trend-c.	Składnik losowy
1	4954,000			76,6	6469,247	5858,501	1,104250
2	3673,000			69,8	5261,890	5774,741	0,911191
3	4471,000			79,9	5593,086	5607,222	0,997479
4	4984,000			89,6	5563,361	5538,589	1,004473
5	5906,000			106,1	5565,986	5537,782	1,005093
6	6254,000			112,1	5577,180	5488,337	1,016188
7	6064,000	5154,583	117,6429	115,1	5267,910	5327,996	0,988722
8	6318,000	5071,167	124,5867	116,3	5432,343	5173,748	1,049982
9	5141,000	5011,000	102,5943	112,7	4563,206	4897,069	0,931824
10	5862,000	4934,083	118,8063	116,6	5027,288	4651,394	1,080813
11	4254,000	4866,417	87,4154	101,4	4196,833	4447,432	0,943653
12	3974,000	4790,250	82,9602	103,8	3828,265	4384,163	0,873203

Odchylenia wskaźników multiplikatywnych od 100 sumują się do 0, pokazując one procentowe odchylenia od średniej rocznej w poszczególnych miesiącach.

Wyświetlamy je z dokładnością do jednego miejsca po przecinku.

# Interpretacja wyników analizy sezonowości

Wskaźnik sezonow.
-832
-1090
-725
-384
225
436
552
602
454
630
53
78

Na podstawie addytywnych wskaźników sezonowości stwierdzić możemy, iż najczęściej wypadków – przeciętnie o 630 więcej niż poziom średnioroczny zdarza się w październiku, duża liczba wypadków występuje też w lipcu i sierpniu. Do najbezpieczniejszych miesięcy należą luty (średnio o ok. 1090 wypadków mniej niż przeciętna miesięczna) oraz styczeń i marzec.

W październiku jest, średnio rzecz biorąc, o ok. 1700 wypadków więcej niż w lutym.

Wskaźnik sezonow.
76,6
69,8
79,9
89,6
106,1
112,1
115,1
116,3
112,7
116,6
101,4
103,8

Niemalże identyczne wnioski o charakterze sezonowości można wyciągnąć na podstawie analizy multiplikatywnej. Tyle, że otrzymujemy informację o wahaniach względnych. Dla przykładu, w październiku jest o ok. 16,6% wypadków więcej niż przeciętna miesięczna, a w lutym o ok. 30,2% mniej.

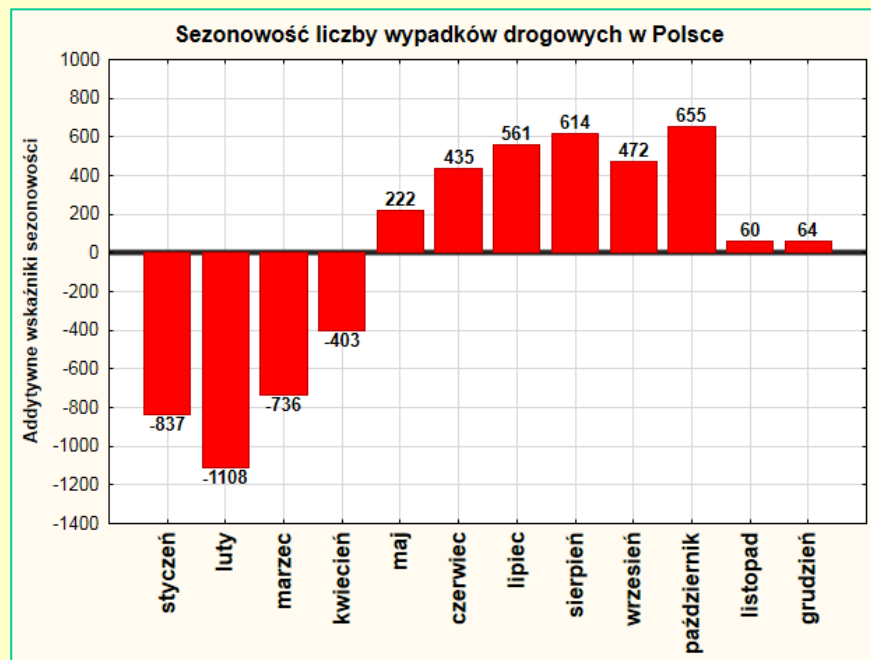
Jeżeli chcemy porównać dwa okresy – na przykład październik do lutego – wskaźniki należy przez siebie podzielić. W październiku jest zwykle  $116,6/69,8 = 1,67$  razy więcej wypadków niż w lutym (czy inaczej o 67% więcej) .

# Graficzna prezentacja wyników analizy sezonowości

Najlepszym sposobem prezentacji wyników analizy sezonowości jest wykres słupkowy, na którym pokazane są odchylenia od poziomu bazowego – 0 dla wskaźników addytywnych, 100 – dla wskaźników multiplikatywnych.

Uwagi: Na jednym wykresie nie można pokazać jednocześnie wskaźników addytywnych i multiplikatywnych, ponieważ mają one zupełnie odmienny zakres wartości. Można pokazać wskaźniki multiplikatywne dla różnych zjawisk, ponieważ ich względny charakter pozwala porównywać wahania różnych cech.

Oto przykładowe wykresy, pokazujące wyniki analizy sezonowości:



# Najczęstsze błędy i pomyłki (1)

Aby uniknąć błędów i pomyłek związanych z interpretacją wyników analizy sezonowości zestawiono podstawowe reguły i informacje:

- **po pierwsze** – wskaźniki sezonowości wyliczane są na podstawie całego okresu, z którego pochodzą dane i nie dotyczą tylko zmienności zjawiska w jednym cyklu (np. jednym roku dla sezonowości miesięcznej), ale stanowią uśrednienie sezonowości z wszystkich cykli;
- **po drugie** – wskaźniki addytywne są podane w oryginalnych jednostkach, a multiplikatywne w procentach i dlatego to wskaźniki multiplikatywne pozwalają porównywać różne zjawiska pod kątem ich sezonowości;
- **po trzecie** – punktem odniesienia dla wskaźników addytywnych jest wartość 0, a dla wskaźników multiplikatywnych – 100;
- **po czwarte** – przy porównywaniu wskaźników addytywnych dla różnych okresów (np. miesięcy) należy je odejmować, a wskaźniki multiplikatywne dzielić.

## Najczęstsze błędy i pomyłki (2)

Podczas obliczania wskaźników sezonowości za pomocą programu *STATISTICA* trzeba zwrócić uwagę na następujące szczegóły:

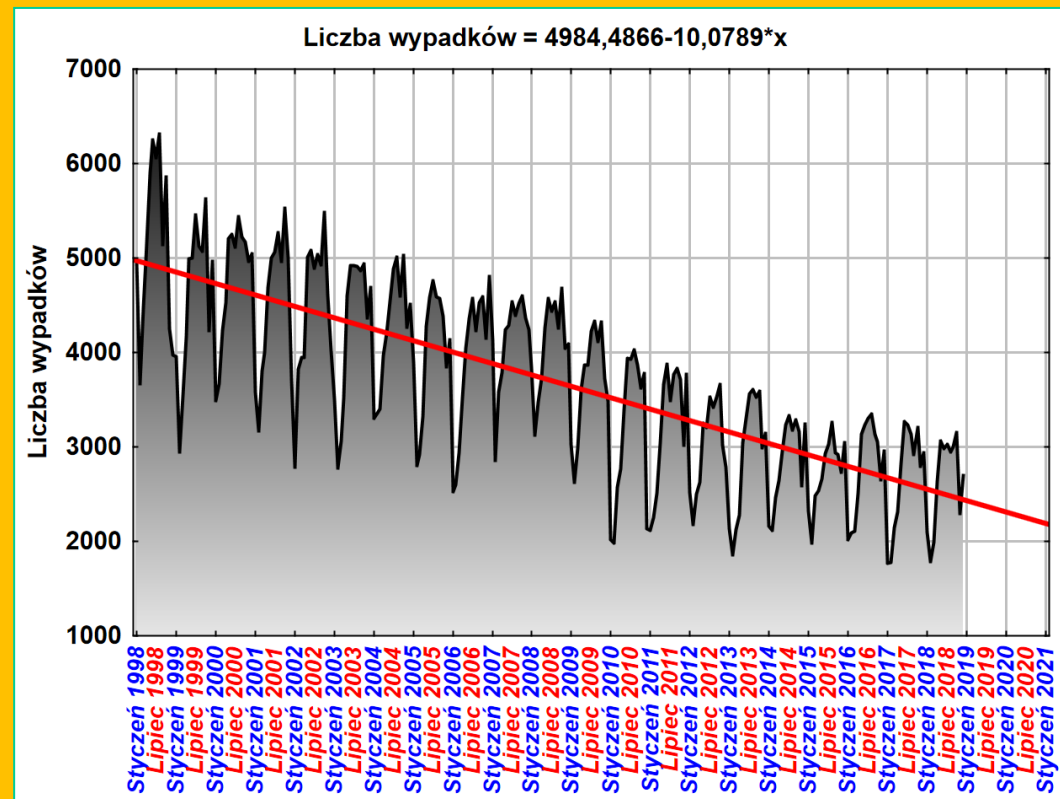
- **po piąte** – warto sprawdzić, czy początek szeregu czasowego (danych) jest zgodny z pierwszym okresem cyklu. Jeśli bowiem dane zaczynają się od maja, to wskaźniki sezonowości też będą wyświetlane w ten sposób. Najlepiej wyświetlać nazwy miesięcy, dni, kwartałów w arkuszu wynikowym.
- **po szóste** – program *STATISTICA* domyślnie analizuje sezonowość miesięczną – nie jest to „decyzja” programu na podstawie struktury danych, a jedynie ustawienie opcjonalne.

# Wskaźniki sezonowości w prognozowaniu (1)

Prognozy uzyskane za pomocą metody nie uwzględniającej sezonowości – na przykład za pomocą poznanych już metod dopasowywania trendu do wykresu albo modeli regresji – można skorygować za pomocą wskaźników sezonowości, uzyskując w ten sposób prognozę uwzględniającą charakter sezonowy danego zjawiska.

Obok przedstawiono prognozę za pomocą trendu liniowego liczby wypadków na kolejne dwa lata, a na następnym slajdzie, tę samą prognozę wraz z korektą na wahania multiplikatywne.

***UWAGA: W przypadku korekty za pomocą wskaźników addytywnych, należy je dodać do prognozy wyznaczonej w oparciu o model bez sezonowości.***



# Wskaźniki sezonowości w prognozowaniu (2)

Po wyznaczeniu w arkuszu prognoz za pomocą trendu liniowego, wyznaczeniu multiplikatywnych wskaźników sezonowości i wklejeniu ich do arkusza, za pomocą odpowiednich formuł wyznaczono prognozę skorygowaną. Szczegółowy obliczeniowe i wizualizację prognozy przedstawiono poniżej.

**Prognoza skorygowana  
wyznaczona za pomocą  
formuły:  $=v6*v7/100$**

3 Data	4 Liczba wypadków	5 X	6 Prognoza liniowa	7 Wskaźniki sezonowości	8 Prognoza skorygowana
Sierpień 2018	2 951	248	2 485		
Wrzesień 2018	3 005	249	2 475		
Październik 2018	3 150	250	2 465		
Listopad 2018	2 292	251	2 455		
Grudzień 2018	2 699	252	2 445		
Styczeń 2019		253	2 435	76,6	1 864
Luty 2019		254	2 424	69,8	1 692
Marzec 2019		255	2 414	79,9	1 930
Kwiecień 2019		256	2 404	89,6	2 154
Maj 2019		257	2 394	106,1	2 540
Czerwiec 2019		258	2 384	112,1	2 673
Lipiec 2019		259	2 374	115,1	2 733
Sierpień 2019		260	2 364	116,3	2 749
Wrzesień 2019		261	2 354	112,7	2 652

