

Prognozowanie i symulacje

Wykład 4: Analiza sezonowości

Analiza sezonowości – wprowadzenie

Wiele zjawisk wokół nas charakteryzuje się nie tylko trendem i wahaniami przypadkowymi, lecz także sezonowością.

Występowanie wahań sezonowych zależy oczywiście od częstości pomiaru zjawiska i może mieć charakter kwartalny, miesięczny, dzienny czy godzinowy i na ogół jej typ jest łatwo wydedukować z postaci zebranych danych.

Można też podać przykłady zjawisk, dla których długość cyklu sezonowego można przewidywać na podstawie znajomości merytorycznej rozważanego zjawiska (np. liczba urodzeń będzie wykazywała podobieństwo w okresach 20-30 letnich), lecz nie jest on określony jednoznacznie i może ulegać zmianom.

Wtedy mówi się raczej o waniach cyklicznych, a nie sezonowych.

Dlaczego wiedza o sezonowości jest **tak ważna?**

Oto kilka stwierdzeń opartych na faktach:

- ***Sytuacja na polskich drogach jest fatalna!*** W październiku 2024 r. zginęło 196 osób, a więc więcej niż niemal 14 lat temu – w grudniu 2010 r. zginęły 172 osoby.
- ***Czy w lecie zabraknie nam wody?*** Opady w lutym 2025 r. w Szczecinie były ponad dwa razy mniejsze niż w sierpniu zeszłego roku (33,9 vs 68,9 mm).
- ***Plaga pijanych kierowców!*** W niedzielę 16.03.2025 zatrzymano 288 pijanych kierowców, o 43 więcej niż w sobotę i 63 więcej niż w piątek.
- ***Wkrótce 10 mln pasażerów miesięcznie?*** W sierpniu 2023 r. na polskich lotniskach było 5,6 mln pasażerów – prawie dwa razy więcej niż w styczniu, kiedy odprawiono tylko 2,9 mln.

***Wszystkie te stwierdzenia nie zawierają fałszywych informacji,
ale są NIEPRAWDZIWE.***

***W sposób przypadkowy lub celowy...
nie uwzględniono w nich sezonowości.***

Analiza sezonowości – typy sezonowości

Sezonowość może mieć charakter addytywny lub multiplikatywny

W tym pierwszym przypadku zakłada się, że wahania sezonowe są niezależne od poziomu, jaki przyjmuje szereg czasowy (przykładowo: *w styczniu sprzedaż piwa firmy X jest zawsze niższa od średniej rocznej o 25 000 litrów*).

Szereg czasowy z sezonowością addytywną można przedstawić w postaci sumy szeregu bez sezonowości i efektów sezonowych.

W modelu multiplikatywnym zakładamy, iż stały jest względny poziom odchylenia od wartości przeciętnej (rozważając analogiczny przykład: *w styczniu sprzedaż piwa jest o 15% niższa niż średnia roczna (stanowi 0,85 średniej rocznej)*).

Szereg czasowy z sezonowością multiplikatywną można przedstawić w postaci iloczynu szeregu bez sezonowości i efektów sezonowych.

Na następnej stronie przedstawiono ilustrację graficzną obu rodzajów sezonowości.

Zmiany bezwzględne i względne

Sezonowość addytywna jest oparta na porównywaniu różnic, czyli zmian **bezwzględnych**, podczas gdy sezonowość multiplikatywna, na porównywaniu ilorazów, czyli zmian **względnych**.

Obie metody mogą prowadzić do odmiennych wniosków.

Zarobki dwóch osób przed podwyżką i po podwyżce:

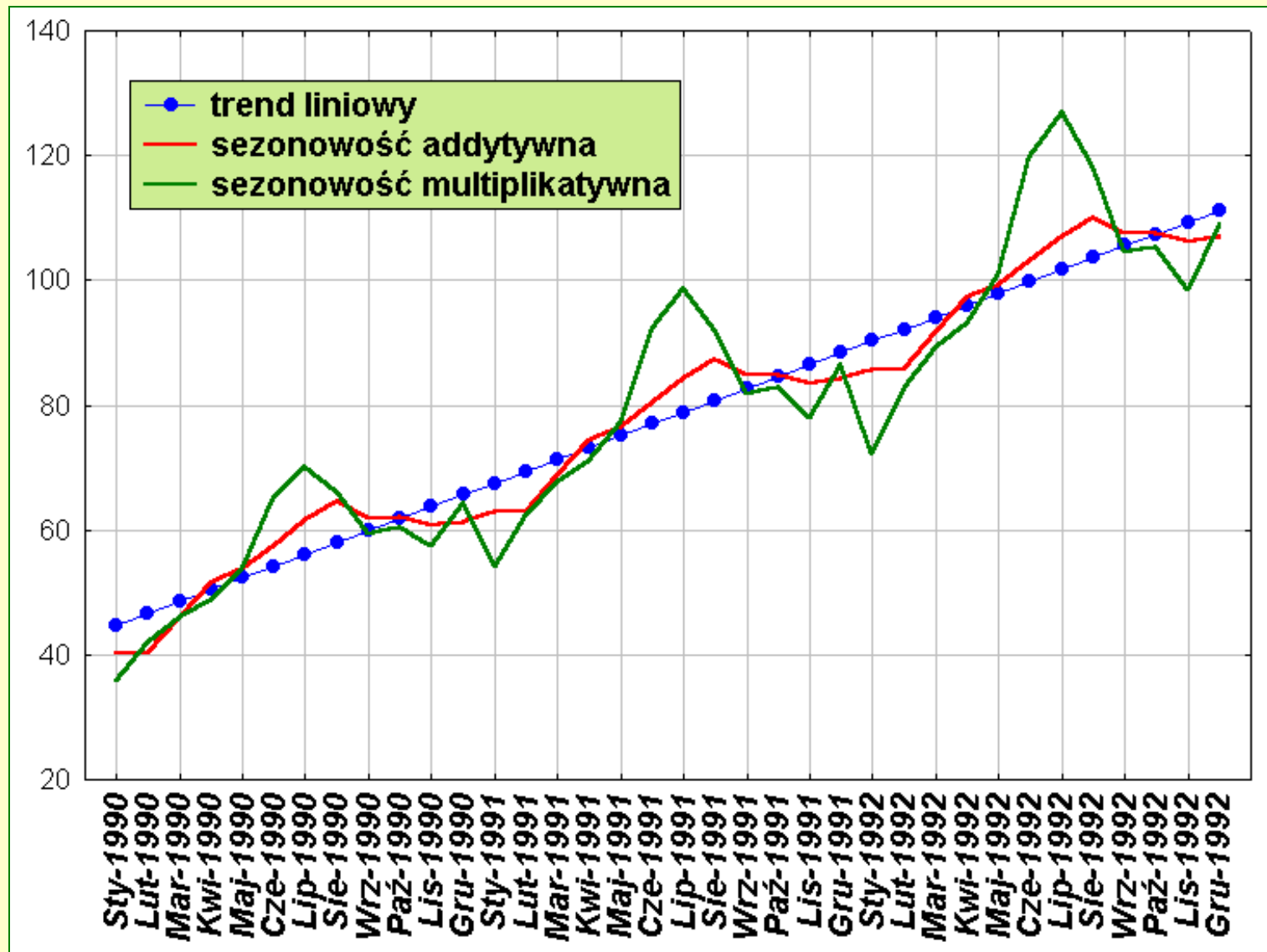
- Osoba 1: 6 000 → 8 000 + 2 000 zł +33%
- Osoba 2: 12 000 → 15 000 + 3 000 zł +25%

Która metoda jest lepsza – nie ma na to jednoznacznej odpowiedzi.

Generalnie, częściej stosuje się porównania oparte o zmiany **względne**, a w przypadku sezonowości – wskaźniki **multiplikatywne**.

Jednak wskaźników multiplikatywnych nie można stosować chociażby do danych o dodatnich i ujemnych.

Sezonowość addytywna i multiplikatywna



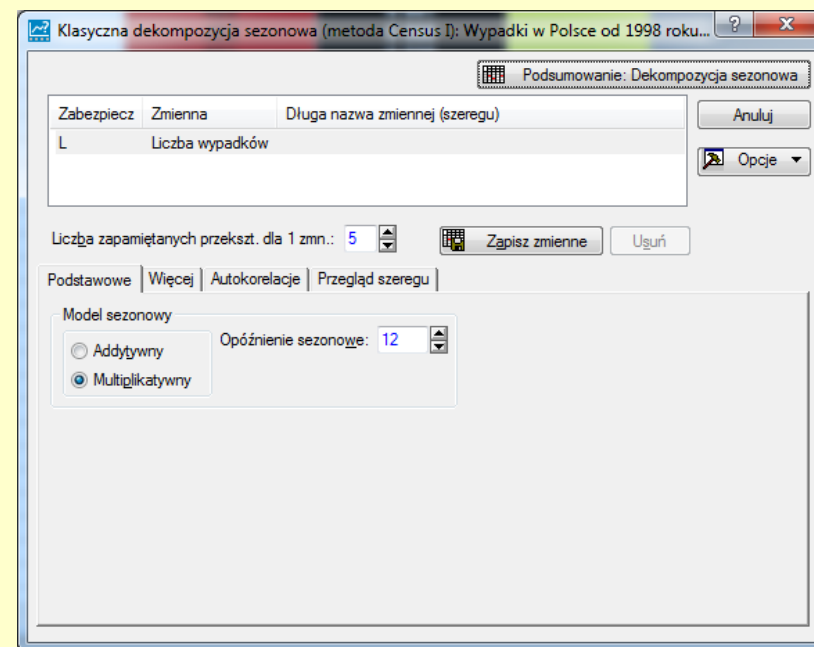
Analiza sezonowości w programie *STATISTICA*

Aby wykonać analizę sezonowości danych czasowych, w najprostszym elementarnym ujęciu, wywołujemy polecenia *STATYSTYKA / ZAAWANSOWANE MODELE LINIOWE I NIELINIOWE / SZEREGI CZASOWE I PROGNOZOWANIE*. Wybieramy badaną zmienną i wskazujemy narzędzie analizy sezonowości *DEKOMPOZYCJA SEZONOWA (CENSUS 1)*.

W zakładce przegląd szeregu, w analogiczny sposób jak przy okazji wykonywania wyrównywania wykładniczego, możemy ustalić sposób opisu wynikowych danych – choć nie jest bezwzględnie konieczne.

Specyfikacja analizy jest bardzo prosta – w oknie analizy ustalamy rodzaj sezonowości (addytywna lub multiplikatywna) oraz określamy opóźnienie sezonowe.

Dla danych miesięcznych opóźnienie sezonowe to oczywiście 12.



Wyniki analizy sezonowości

Po naciśnięciu przycisku *PODSUMOWANIE* uzyskujemy arkusz ze szczegółowymi wynikami analiz sezonowości.

Zamieszczono wyniki przykładowej analizy sezonowości dla danych dotyczących liczby wypadków w Polsce (plik danych: *Wypadki w Polsce od 1998 roku (M)*) w ujęciu addytywnym i multiplikatywnym.

Arkusz wyników zawiera szczegółowe obliczenia, jednakże kluczowe wyniki są zawarte w kolumnie 4. (*WSKAŹNIK SEZONOWOŚCI*). Co więcej, interesuje nas tylko tyle wartości ile wynosi opóźnienie sezonowe (liczba okresów w jednym cyklu).

UWAGA: Wskaźniki sezonowości opisują uśrednione wahania sezonowe z całego analizowanego szeregu czasowego.

Wyniki analizy sezonowości

Wskaźniki addytywne sumują się do 0, pokazując odchylenia od średniej rocznej w poszczególnych miesiącach.

Są wyrażone w oryginalnej jednostce, wyświetlamy je z taką dokładnością jak dane wejściowe.

| Dekompozycja sezonowa: Addytyw. sezon (12) (Wypadki w Polsce od 1998 roku (M)) | | | | | | | |
|--------------------------------------------------------------------------------|-----------------|-----------------|---------|-------------------|----------------|------------------|-----------------|
| Obs. | Liczba wypadków | | | Wskaźnik sezonow. | Skoryg. Szereg | Wyrówn. Trend-c. | Składnik losowy |
| | Liczba wypadków | Średnie ruchome | Różnice | | | | |
| 1 | 4954,000 | | | -832 | 5785,636 | 5243,475 | 542,161 |
| 2 | 3673,000 | | | -1090 | 4762,840 | 5248,079 | -485,239 |
| 3 | 4471,000 | | | -725 | 5195,761 | 5257,287 | -61,526 |
| 4 | 4984,000 | | | -384 | 5367,811 | 5382,062 | -14,250 |
| 5 | 5906,000 | | | 225 | 5681,361 | 5569,268 | 112,094 |
| 6 | 6254,000 | | | 436 | 5818,036 | 5658,290 | 159,746 |
| 7 | 6064,000 | 5154,583 | 909,42 | 552 | 5511,868 | 5552,513 | -40,645 |
| 8 | 6318,000 | 5071,167 | 1246,83 | 602 | 5716,232 | 5399,635 | 316,598 |
| 9 | 5141,000 | 5011,000 | 130,00 | 454 | 4687,111 | 5074,499 | -387,388 |
| 10 | 5862,000 | 4934,083 | 927,92 | 630 | 5232,020 | 4787,070 | 444,950 |
| 11 | 4254,000 | 4866,417 | -612,42 | 53 | 4200,790 | 4481,025 | -280,234 |
| 12 | 3974,000 | 4790,250 | -816,25 | 78 | 3895,532 | 4325,590 | -430,058 |

| Dekompozycja sezonowa: Multipl. sezon (12) (Wypadki w Polsce od 1998 roku (M)) | | | | | | | |
|--------------------------------------------------------------------------------|-----------------|-----------------|----------|-------------------|----------------|------------------|-----------------|
| Obs. | Liczba wypadków | | | Wskaźnik sezonow. | Skoryg. Szereg | Wyrówn. Trend-c. | Składnik losowy |
| | Liczba wypadków | Średnie ruchome | Stosunki | | | | |
| 1 | 4954,000 | | | 76,6 | 6469,247 | 5858,501 | 1,104250 |
| 2 | 3673,000 | | | 69,8 | 5261,890 | 5774,741 | 0,911191 |
| 3 | 4471,000 | | | 79,9 | 5593,086 | 5607,222 | 0,997479 |
| 4 | 4984,000 | | | 89,6 | 5563,361 | 5538,589 | 1,004473 |
| 5 | 5906,000 | | | 106,1 | 5565,986 | 5537,782 | 1,005093 |
| 6 | 6254,000 | | | 112,1 | 5577,180 | 5488,337 | 1,016188 |
| 7 | 6064,000 | 5154,583 | 117,6429 | 115,1 | 5267,910 | 5327,996 | 0,988722 |
| 8 | 6318,000 | 5071,167 | 124,5867 | 116,3 | 5432,343 | 5173,748 | 1,049982 |
| 9 | 5141,000 | 5011,000 | 102,5943 | 112,7 | 4563,206 | 4897,069 | 0,931824 |
| 10 | 5862,000 | 4934,083 | 118,8063 | 116,6 | 5027,288 | 4651,394 | 1,080813 |
| 11 | 4254,000 | 4866,417 | 87,4154 | 101,4 | 4196,833 | 4447,432 | 0,943653 |
| 12 | 3974,000 | 4790,250 | 82,9602 | 103,8 | 3828,265 | 4384,163 | 0,873203 |

Odchylenia wskaźników multiplikatywnych od 100 sumują się do 0, pokazując one procentowe odchylenia od średniej rocznej w poszczególnych miesiącach.

Wyświetlamy je z dokładnością do jednego miejsca po przecinku.

Interpretacja wyników analizy sezonowości

| Wskaźnik sezonow. |
|-------------------|
| -832 |
| -1090 |
| -725 |
| -384 |
| 225 |
| 436 |
| 552 |
| 602 |
| 454 |
| 630 |
| 53 |
| 78 |

Na podstawie addytywnych wskaźników sezonowości stwierdzić możemy, iż najwięcej wypadków – przeciętnie o 630 więcej niż poziom średnioroczny zdarza się w październiku, duża liczba wypadków występuje też w lipcu i sierpniu. Do najbezpieczniejszych miesięcy należą luty (średnio o ok. 1090 wypadków mniej niż przeciętna miesięczna) oraz styczeń i marzec.

W październiku jest, średnio rzecz biorąc, o ok. 1700 wypadków więcej niż w lutym.

| Wskaźnik sezonow. |
|-------------------|
| 76,6 |
| 69,8 |
| 79,9 |
| 89,6 |
| 106,1 |
| 112,1 |
| 115,1 |
| 116,3 |
| 112,7 |
| 116,6 |
| 101,4 |
| 103,8 |

Niemalże identyczne wnioski o charakterze sezonowości można wyciągnąć na podstawie analizy multiplikatywnej. Tyle, że otrzymujemy informację o wahaniach względnych. Dla przykładu, w październiku jest o ok. 16,6% wypadków więcej niż przeciętna miesięczna, a w lutym o ok. 30,2% mniej.

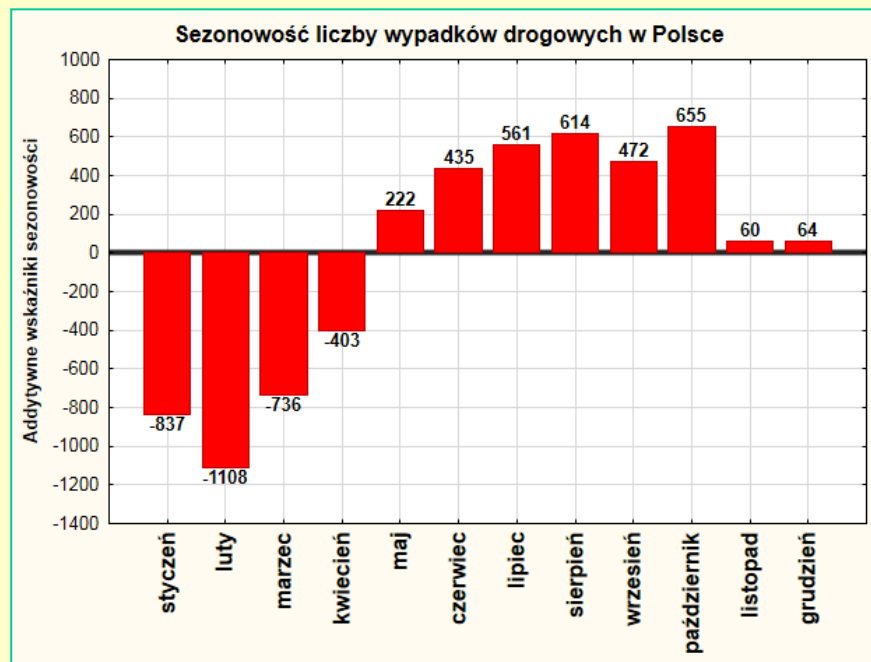
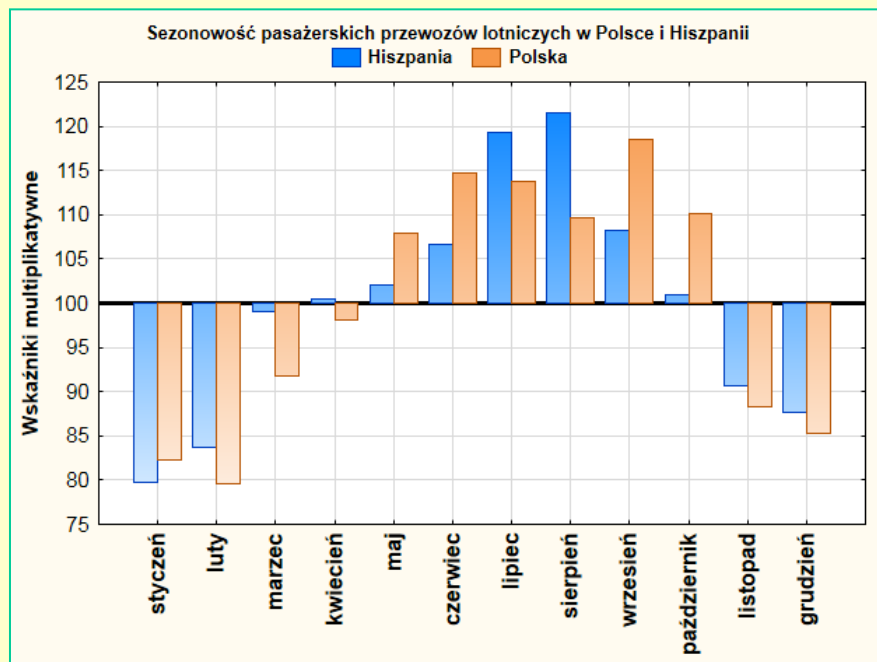
Jeżeli chcemy porównać dwa okresy – na przykład październik do lutego – wskaźniki należy przez siebie podzielić. W październiku jest zwykle $116,6/69,8 = 1,67$ razy więcej wypadków niż w lutym (czy inaczej o 67% więcej) .

Graficzna prezentacja wyników analizy sezonowości

Najlepszym sposobem prezentacji wyników analizy sezonowości jest wykres słupkowy, na którym pokazane są odchylenia od poziomu bazowego – 0 dla wskaźników addytywnych, 100 – dla wskaźników multiplikatywnych.

Uwagi: Na jednym wykresie nie można pokazać jednocześnie wskaźników addytywnych i multiplikatywnych, ponieważ mają one zupełnie odmienny zakres wartości. Można pokazać wskaźniki multiplikatywne dla różnych zjawisk, ponieważ ich względny charakter pozwala porównywać wahania różnych cech.

Oto przykładowe wykresy, pokazujące wyniki analizy sezonowości:



Najczęstsze błędy i pomyłki (1)

Aby uniknąć błędów i pomyłek związanych z interpretacją wyników analizy sezonowości zestawiono podstawowe reguły i informacje:

- **po pierwsze** – wskaźniki sezonowości wyliczane są na podstawie całego okresu, z którego pochodzą dane i nie dotyczą tylko zmienności zjawiska w jednym cyklu (np. jednym roku dla sezonowości miesięcznej), ale stanowią uśrednienie sezonowości z wszystkich cykli;
- **po drugie** – wskaźniki addytywne są podane w oryginalnych jednostkach, a multiplikatywne w procentach i dlatego to wskaźniki multiplikatywne pozwalają porównywać różne zjawiska pod kątem ich sezonowości;
- **po trzecie** – punktem odniesienia dla wskaźników addytywnych jest wartość 0, a dla wskaźników multiplikatywnych – 100;
- **po czwarte** – przy porównywaniu wskaźników addytywnych dla różnych okresów (np. miesięcy) należy je odejmować, a wskaźniki multiplikatywne dzielić.

Najczęstsze błędy i pomyłki (2)

Podczas obliczania wskaźników sezonowości za pomocą programu *STATISTICA* trzeba zwrócić uwagę na następujące szczegóły:

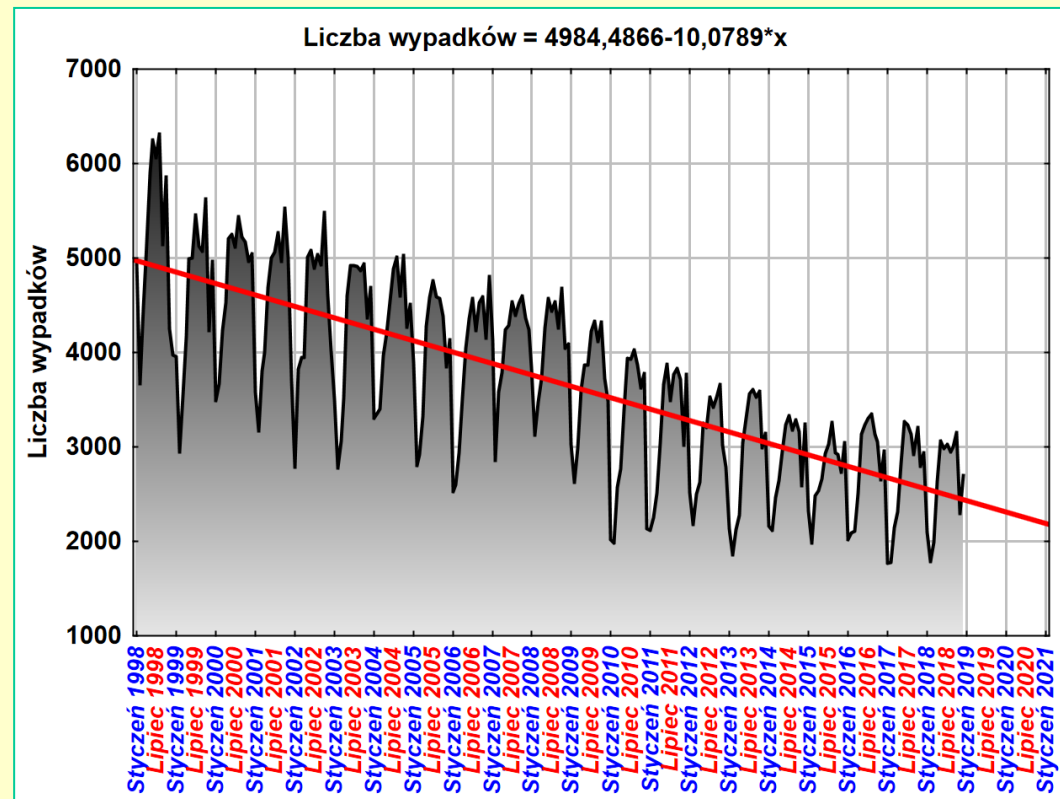
- **po piąte** – warto sprawdzić, czy początek szeregu czasowego (danych) jest zgodny z pierwszym okresem cyklu. Jeśli bowiem dane zaczynają się od maja, to wskaźniki sezonowości też będą wyświetlane w ten sposób. Najlepiej wyświetlać nazwy miesięcy, dni, kwartałów w arkuszu wynikowym.
- **po szóste** – program *STATISTICA* domyślnie analizuje sezonowość miesięczną – nie jest to „decyzja” programu na podstawie struktury danych, a jedynie ustawienie opcjonalne.

Wskaźniki sezonowości w prognozowaniu (1)

Prognozy uzyskane za pomocą metody nie uwzględniającej sezonowości – na przykład za pomocą poznanych już metod dopasowywania trendu do wykresu albo modeli regresji – można skorygować za pomocą wskaźników sezonowości, uzyskując w ten sposób prognozę uwzględniającą charakter sezonowy danego zjawiska.

Obok przedstawiono prognozę za pomocą trendu liniowego liczby wypadków na kolejne dwa lata, a na następnym slajdzie, tę samą prognozę wraz z korektą na wahania multiplikatywne.

UWAGA: W przypadku korekty za pomocą wskaźników addytywnych, należy je dodać do prognozy wyznaczonej w oparciu o model bez sezonowości.



Wskaźniki sezonowości w prognozowaniu (2)

Po wyznaczeniu w arkuszu prognoz za pomocą trendu liniowego, wyznaczeniu multiplikatywnych wskaźników sezonowości i wklejeniu ich do arkusza, za pomocą odpowiednich formuł wyznaczono prognozę skorygowaną. Szczegółowy obliczeniowe i wizualizację prognozy przedstawiono poniżej.

**Prognoza skorygowana
wyznaczona za pomocą
formuły: $=v6*v7/100$**

| 3 Data | 4 Liczba wypadków | 5 X | 6 Prognoza liniowa | 7 Wskaźniki sezonowości | 8 Prognoza skorygowana |
|------------------|----------------------|--------|-----------------------|----------------------------|---------------------------|
| Sierpień 2018 | 2 951 | 248 | 2 485 | | |
| Wrzesień 2018 | 3 005 | 249 | 2 475 | | |
| Październik 2018 | 3 150 | 250 | 2 465 | | |
| Listopad 2018 | 2 292 | 251 | 2 455 | | |
| Grudzień 2018 | 2 699 | 252 | 2 445 | | |
| Styczeń 2019 | | 253 | 2 435 | 76,6 | 1 864 |
| Luty 2019 | | 254 | 2 424 | 69,8 | 1 692 |
| Marzec 2019 | | 255 | 2 414 | 79,9 | 1 930 |
| Kwiecień 2019 | | 256 | 2 404 | 89,6 | 2 154 |
| Maj 2019 | | 257 | 2 394 | 106,1 | 2 540 |
| Czerwiec 2019 | | 258 | 2 384 | 112,1 | 2 673 |
| Lipiec 2019 | | 259 | 2 374 | 115,1 | 2 733 |
| Sierpień 2019 | | 260 | 2 364 | 116,3 | 2 749 |
| Wrzesień 2019 | | 261 | 2 354 | 112,7 | 2 652 |

